مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

دوازدهم
ریاضی

آزمون شماره ۱
۱۲ مرداد ۱۴۰۳

پاسخنامه ریاضی ـ فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان		مهدیار شریف ـ نیکا موسوی
۲	هندسه	مهریار راشدی	مهریار راشدی ـ حسن محمدبیگی	داریوش امیری ـ مهدیار شریف
۳	گسسته	رضا توکلی	مصطفی دیداری ـ جمال صادقی	سینا پرهیزکار ـ مهدیار شریف
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	نصرالله افاضل ـ محمدرضا خادمی	مهدیار شریف ـ امیرعلی قزوینیان
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیک‌محمدی ـ هادی مهدی‌زاده	محمد داودآبادی ـ کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی ـ امیرعلی الماسی ـ مبینا بهرامی ـ معین‌الدین تقی‌زاده ـ کبری سلیمانی ـ مهرداد شمسی ـ راضیه صالحی ـ انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام **taraaznet@** مراجعه نمایید.

حسابان

۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$\left.\begin{matrix}a\ ,\ b\ ,\ c & \text{هندسی}\\ ۲\ ,\ ۴\ ,\ ۸ & \text{هندسی}\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\times}\text{هندسی}\ ۲a\ ,\ ۴b\ ,\ ۸c$$

اما فرض مسأله بیان کرده است که $۸c\ ,\ ۴b\ ,\ ۲a$ حسابی است. پس دنبالهٔ $۸c\ ,\ ۴b\ ,\ ۲a$ ثابت است.

$$۲a=۴b\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\text{هندسی}\ q=\frac{۱}{۲}$$

$$\left.\begin{matrix}\text{جمع جملات هندسی}=a+b+c=a+\frac{a}{۲}+\frac{a}{۴}=\frac{۷a}{۴}\\ \text{جمع جملات حسابی}=۲a+۲a+۲a=۶a\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{\frac{۷a}{۴}}{۶a}=\frac{۷}{۲۴}$$

۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$a_n=An^۲+Bn+C$$

$$\begin{cases}a_۱=A+B+C=۲\\ a_۲=۴A+۲B+C=۲\\ a_۳=۹A+۳B+C=۴\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۳A+B=۰\\ ۵A+B=۲\end{cases}$$

پس $A=۱$ ، $B=-۳$ و $C=۴$ است.

$$a_n=n^۲-۳n+۴\Rightarrow a_{۱۰}=۷۴$$

۳. گزینه ۳ صحیح است.

در هر دنبالهٔ هندسی بین جملات آن رابطه $a_{n-۱}.a_{n+۱}=a_n^۲$ برقرار است. بنابراین:

$$A=\frac{a_۲^۲}{a_۲}+\frac{a_۳^۲}{a_۳}+\ldots+\frac{a_۸^۲}{a_۸}=a_۲+a_۳+\ldots+a_۸$$

$$\Rightarrow A=S_۸\quad a_۱=a_۱\frac{q^۸-۱}{q-۱}\quad a_۱$$

$$\xrightarrow{a_۱=۲\ ,\ q=۳}A=۲\times\frac{۳^۸-۱}{۳-۱}-۲=۳^۸-۳$$

۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$a_n=a_۲a_{n+۱}-a_{n+۱}-۳a_۱\Rightarrow a_n+a_{n+۱}=a_۲a_{n+۱}-۳a_۱$$

$$\left.\begin{matrix}n=۱:a_۱+a_۲=a_۲^۲-۳a_۱\\ n=۲:a_۲+a_۳=a_۲a_۳-۳a_۱\end{matrix}\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{کم می‌کنیم}}a_۳-a_۱=a_۲(a_۳-a_۲)$$

$a_۳-a_۱=۲d$. پس:

$$۲d=a_۲\times d\Rightarrow a_۲=۲\Rightarrow\begin{cases}d=\frac{۳}{۲}\\ a_۱=\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

$$n=۹\Rightarrow a_۹+a_{۱۰}=a_۲.a_{۱۰}-۳a_۱$$

$$\Rightarrow a_۹+a_{۱۰}=۲a_{۱۰}-\frac{۳}{۲}=۲(a_۱+۹d)-\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow a_۹+a_{۱۰}=۲(\frac{۱}{۲}+\frac{۲۷}{۲})-\frac{۳}{۲}=۲۸-\frac{۳}{۲}=\frac{۵۳}{۲}$$

راه‌حل دوم:

$$a_n=An+B$$

$$\Rightarrow An+B=(۲A+B-۱)(An+A+B)-۳A-۳B$$

$$=(۲A^۲+BA-A)n+(A+B)(۲A+B-۱)-۳A-۳B$$

$$\begin{cases}۲A^۲+BA-A=A\Rightarrow ۲A+B=۲\Rightarrow B=۲-۲A\\ (A+B)(۲A+B-۱)-۳A-۳B=B\end{cases}$$

$$\Rightarrow(A+۲-۲A)(۲A+۲-۲A-۱)-۳A=۴(۲-۲A)$$

$$\Rightarrow ۲-A-۳A=۸-۸A\Rightarrow A=\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow B=-۱$$

$$\Rightarrow a_n=\frac{۳}{۲}n-۱$$

$$\Rightarrow a_۹+a_{۱۰}=\frac{۲۷}{۲}-۱+\frac{۳۰}{۲}-۱=\frac{۵۳}{۲}$$

۵. گزینه ۳ صحیح است.

$(n+۱)^۲$ – تعداد کل دایره‌ها در مرحلهٔ nام

$$\text{دنباله مثلثی}=\frac{n(n+۱)}{۲}=\text{تعداد دایره‌های رنگی در مرحلهٔ}\ n\text{ام}$$

$$\text{رنگ‌نشده‌ها}=(n+۱)^۲-\frac{n(n+۱)}{۲}=\frac{(n+۱)(n+۲)}{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{(n+۱)(n+۲)}{۲(n+۱)^۲}=\frac{۵۵}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{n+۲}{n+۱}=\frac{۵۵}{۵۰}=\frac{۱۱}{۱۰}\Rightarrow n=۹$$

$$\text{نسبت رنگ‌شده‌ها در مرحله ۱۹ به کل}=\frac{\frac{۱۹\times۲۰}{۲}}{(۱۹+۱)^۲}=\frac{\frac{۱۹\times۲۰}{۲}}{۲۰^۲}=\frac{۱۹}{۴۰}$$

رنگ‌شده ٪۴۷/۵ =

۶. گزینه ۲ صحیح است.

A و B نقاط روی سهمی با عرض برابر هستند. پس محور تقارن سهمی که از رأس سهمی عبور می‌کند وسط A و B است.

$$x_S=\text{محور تقارن}=\frac{-۲-۶}{۲}=-۴\Rightarrow-\frac{b}{۲a}=-۴$$

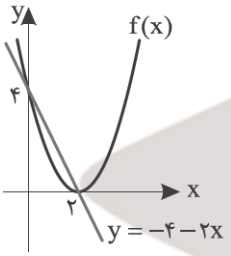
$$\Rightarrow-\frac{b}{a}=-۸\xrightarrow{\Delta>۰}\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=-۸$$

۷. گزینه ۲ صحیح است.

اولاً:

$$f(x)=(x-۲)^۲$$

ثانیاً به کمک نمودار و بدون حل نامعادله مسئله را حل می‌کنیم. دقت کنید:



$$f(x)\le۴-۲x\Rightarrow۰\le x\le۲$$

البته اگر نامعادله هم حل کنیم، به همین جواب می‌رسیم.

۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$\left.\begin{matrix}\Delta<۰\Rightarrow\Delta'<۰\\ ۴-a>۰\Rightarrow a<۴\end{matrix}\right\}\Rightarrow a^۲-(a+۶)(۴-a)<۰$$

$$\Rightarrow a^۲-(-۲a+۲۴-a^۲)<۰\Rightarrow ۲a^۲+۲a-۲۴<۰$$

$$\Rightarrow a^۲+a-۱۲<۰\Rightarrow(a+۴)(a-۳)<۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}-۴<a<۳\\ a<۴\end{cases}\Rightarrow-۴<a<۳$$

$$\xrightarrow{a\in\mathbb{Z}}a=-۳\ ,\ -۲\ ,\ -۱\ ,\ ۰\ ,\ ۱\ ,\ ۲\Rightarrow\text{جمع}=-۳$$

۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$S=۲P+۱۶\Rightarrow-a=۲(a+۴)+۱۶$$

$$\Rightarrow-a=۲a+۲۴\Rightarrow a=-۸$$

$$\begin{cases}\alpha=a-۲=-۱۰\\ \beta=a+۲=-۶\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha+\beta=-۱۶\\ \alpha\beta=۶۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow x^۲+۱۶x+۶۰=۰$$

۱۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$ax^۲-ax-b=۰\Rightarrow x^۲-x=\frac{b}{a}\Rightarrow\alpha^۲-\alpha=\frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow\frac{b}{a}=۲\Rightarrow b=۲a\Rightarrow ax^۲-ax-۲a=۰$$

$$\Rightarrow x^۲-x-۲=۰\Rightarrow\begin{cases}\alpha=-۱\\ \beta=۲\end{cases}\Rightarrow\alpha^۳+\beta^۳=۸-۱=۷$$

۱۱. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا با داشتن دو ریشه از روی نمودار و عرض از مبدأ در ضابطه تابع، معادله سهمی را می‌نویسیم:

$$f(x)=-\frac{1}{2}(x+1)(x-5)$$

اگر S را رأس سهمی در نظر بگیریم، آنگاه:

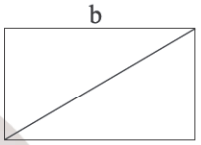
$$\text{مساحت ذوزنقه}=\frac{f(0)+y_S}{2}.x_S$$

$$\Rightarrow \text{مساحت ذوزنقه}=\frac{\frac{5}{2}+f(2)}{2}\times 2=\frac{5}{2}+f(2)$$

دقت کنید $S\left|\begin{matrix}2\\ f(2)\end{matrix}\right.$ مختصات رأس سهمی است، پس:

$$\text{مساحت ذوزنقه}=\frac{5}{2}+\frac{9}{2}=7$$

۱۲. گزینه ۴ صحیح است.



فرض سوال: $\frac{2a+2b}{4a}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

$$\Rightarrow \frac{b}{2a}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}\Rightarrow \frac{b}{2a}=\frac{\sqrt{5}}{2}\Rightarrow \frac{b}{a}=\sqrt{5}$$

نسبت خط به طول: $A=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b}\Rightarrow A^2=\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{b^2}=\frac{1}{5}+1=\frac{6}{5}$

$$\Rightarrow A=\sqrt{\frac{6}{5}}=\frac{\sqrt{30}}{5}$$

۱۳. گزینه ۴ صحیح است.

شیب خط‌های رسم شده ۲ و -2 است و از طرفی $M\left|\begin{matrix}3\\ -a\end{matrix}\right.$. پس:

$$C\left|\begin{matrix}3+\frac{a}{2}\\ 0\end{matrix}\right., B\left|\begin{matrix}3-\frac{a}{2}\\ 0\end{matrix}\right.\Rightarrow BC=a\ ,\ |y_M|=|a|=a$$

$$\Rightarrow S_{\Delta BCM}=\frac{1}{2}a^2$$

$$OA=6-a\ ,\ OB=\frac{6-a}{2}\Rightarrow S_{\Delta OAB}=\frac{(6-a)^2}{4}$$

$$S_{\Delta BCM}=2S_{\Delta OAB}\Rightarrow \frac{1}{2}a^2=\frac{2}{4}(6-a)^2\Rightarrow a^2=(6-a)^2$$

$$\xrightarrow[6-a>0]{a>0} a=6-a\Rightarrow a=3$$

۱۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$x=0\Rightarrow n=1$$
$$x=1\Rightarrow \sqrt{2+n}-1=1\Rightarrow 2+n=4\Rightarrow n=2$$
$$x=4\Rightarrow \sqrt{8+n}-2=1\Rightarrow n+8=9\Rightarrow n=1$$
$$x=9\Rightarrow \sqrt{18+n}=4\Rightarrow 18+n=16\Rightarrow n=-2$$

چون n طبیعی است، فقط $n=1$ و $n=2$ قابل قبول هستند.

۱۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$A=\frac{x}{x+1}\Rightarrow A^2+\frac{6}{A}-1=0\Rightarrow A^3-A+6=0$$
$$\Rightarrow A^3+8-(A+2)=0\Rightarrow (A+2)(A^2-2A+3)=0$$
$$\Rightarrow \begin{cases}A=-2\Rightarrow \frac{x}{1+x}=-2\Rightarrow x=-2-2x\Rightarrow x=-\frac{2}{3}\\ A^2-2A+3=0\Rightarrow \Delta<0\end{cases}$$
$$\Rightarrow \alpha=-\frac{2}{3}\Rightarrow 10\alpha=-\frac{20}{3}$$

۱۶. گزینه ۳ صحیح است.

اولاً $a<0$، زیرا بین دو ریشه $p(x)=\frac{ax-4}{2x+a}$ مثبت شده است.

ریشه‌های صورت و مخرج: $\begin{cases}x=\frac{4}{a}\\ x=-\frac{a}{2}\end{cases}$

پس:

$$\frac{4}{a}=-1\Rightarrow a=-4$$
$$\Rightarrow \begin{cases}x=-1\\ x=2\end{cases}\Rightarrow p(x)=\frac{-4x-4}{2x-4}\ ,\ \alpha=2$$

پس $a\alpha=-8$.

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases}\frac{3x-1}{x+2}>-1\Rightarrow \frac{4x+1}{x+2}>0\Rightarrow x<-2 \text{ یا } x>-\frac{1}{4}\\ \frac{3x-1}{x+2}<2\Rightarrow \frac{x-5}{x+2}<0\Rightarrow -2<x<5\end{cases}$$
$$\xrightarrow{\cap} -\frac{1}{4}<x<5\Rightarrow x\cap\mathbb{Z}\in\{0\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ 4\}$$

۱۸. گزینه ۲ صحیح است.

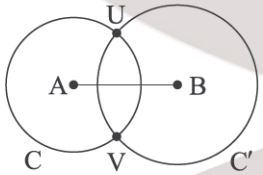
$$\frac{x^3-4}{x+1}-4x+4<0\Rightarrow \frac{x^3-4-4x^2+4x-4x+4}{x+1}<0$$
$$\Rightarrow \frac{x^2(x-4)}{x+1}<0\Rightarrow -1<x<4\ ,\ x\neq 0$$

در مجموعه جواب عدد صفر دیده نمی‌شود، پس اعداد صحیح داخل مجموعه جواب $\{3\ ,\ 2\ ,\ 1\}$ هستند.

هندسه

۱۹. گزینه ۴ صحیح است.

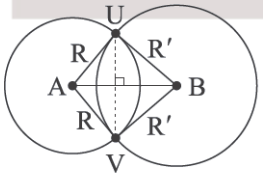
دایرهٔ C به مرکز A و شعاع R و دایرهٔ C' به مرکز B و شعاع R' را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط U و V قطع کنند.



فاصلهٔ A از U و V برابر با شعاع دایرهٔ C یعنی R است.

پس:

A روی عمودمنصف UV قرار دارد $\Rightarrow AU=AV$



فاصلهٔ B از U و V برابر با شعاع دایرهٔ C' یعنی R' است.

بنابراین:

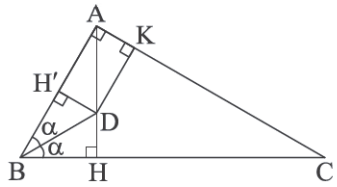
B روی عمودمنصف UV قرار دارد $\Rightarrow BU=BV$

از اینکه A و B روی عمودمنصف UV قرار دارند نتیجه می‌گیریم خط گذرنده از A و B عمودمنصف UV است. یعنی تمام نقاط روی AB از نقاط U و V به یک فاصله‌اند. بنابراین بی‌شمار نقطه روی AB وجود دارد که از U و V به یک فاصله‌اند.

(هندسه دهم، صفحهٔ ۱۴)

۲۰. گزینه ۴ صحیح است.

نقطهٔ D روی نیمساز زاویهٔ $\hat{B}$ قرار دارد. پس فاصلهٔ D از دو ضلع زاویهٔ $\hat{B}$ به یک اندازه است. پس اگر عمود DH' را بر ضلع AB وارد کنیم، نتیجه می‌گیریم $DH = DH'$.



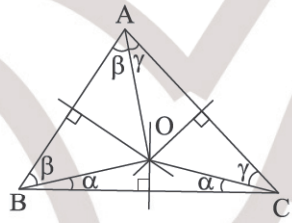
اکنون از D به ضلع AC عمود DK را وارد می‌کنیم. در این صورت چهارضلعی $AKDH'$ مستطیل است. پس $DK = AH'$.

$$\overset{\Delta}{ADH'}: AD^{۲} = DH'^{۲} + AH'^{۲} \xrightarrow{DH'=DH=۲} ۴^{۲} = ۲^{۲} + AH'^{۲}$$
$$\Rightarrow AH' = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow DK = ۲\sqrt{۳}$$

(هندسه دهم، صفحهٔ ۱۱)

۲۱. گزینه ۴ صحیح است.

هر نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است. پس:



$$OB = OC \Rightarrow O\hat{B}C = O\hat{C}B = \alpha$$
$$OA = OB \Rightarrow O\hat{A}B = O\hat{B}A = \beta$$
$$OA = OC \Rightarrow O\hat{A}C = O\hat{C}A = \gamma$$

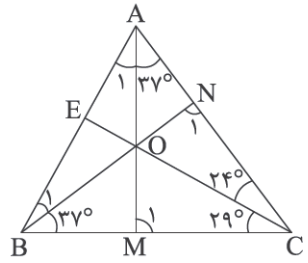
از طرف دیگر:

$$\overset{\Delta}{OBC}: B\hat{O}C + ۲\alpha = ۱۸۰^\circ \quad (۱)$$
$$\overset{\Delta}{ABC}: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲\alpha + ۲\beta + ۲\gamma = ۱۸۰^\circ \quad (۲)$$
$$(۲), (۱) \text{ از} \Rightarrow B\hat{O}C + ۲\alpha = ۲\alpha + ۲\beta + ۲\gamma$$
$$\Rightarrow B\hat{O}C = ۲(\beta + \gamma) = ۲\hat{A}$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۲۲. گزینه ۱ صحیح است.

پاره‌خط‌های OA و OB و OC را امتداد می‌دهیم تا به شکل زیر برسیم، داریم:



$$\overset{\Delta}{AMC}: \hat{M}_۱ + ۳۷^\circ + ۲۹^\circ + ۲۴^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{M}_۱ = ۹۰^\circ$$
$$\overset{\Delta}{BNC}: \hat{N}_۱ + ۳۷^\circ + ۲۹^\circ + ۲۴^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{N}_۱ = ۹۰^\circ$$

پس AM و BN ارتفاع‌های مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ هستند و O نقطهٔ همرسی ارتفاع‌های مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ است. بنابراین CE ارتفاع وارد بر AB است. در نتیجه:

$$\overset{\Delta}{AEC}: \hat{A}_۱ + ۳۷^\circ + ۲۴^\circ = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{A}_۱ = ۲۹^\circ$$
$$\overset{\Delta}{BEC}: \hat{B}_۱ + ۳۷^\circ + ۲۹^\circ = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{B}_۱ = ۲۴^\circ$$

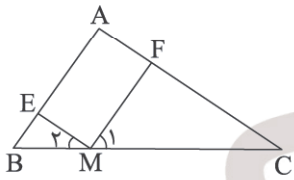
پس:

$$\frac{A\hat{B}O}{B\hat{A}O} = \frac{\hat{B}_۱}{\hat{A}_۱} = \frac{۲۴}{۲۹}$$

(هندسه دهم، صفحهٔ ۱۹)

۲۳. گزینه ۳ صحیح است.

با استفاده از قضایای نامساوی می‌نویسیم:



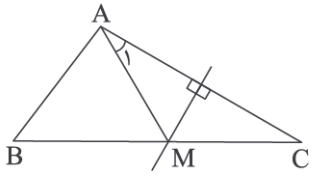
$$\left.\begin{array}{l} AC > AB \Rightarrow \hat{B} > \hat{C} \\ ME \parallel AC \\ \text{مورب } BC \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{C} = \hat{M}_۲ \Bigg\} \Rightarrow \hat{B} > \hat{M}_۲ \Rightarrow ME > BE$$
$$\xrightarrow[\text{AE اضافه می‌کنیم}]{\text{به طرفین}} ME + AE > BE + AE$$
$$\Rightarrow ME + AE > AB \quad (۱)$$
$$\left.\begin{array}{l} AC > AB \Rightarrow \hat{B} > \hat{C} \\ MF \parallel AB \\ \text{مورب } BC \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{M}_۱ \Bigg\} \Rightarrow \hat{M}_۱ > \hat{C} \Rightarrow FC > MF$$
$$\xrightarrow[\text{AF اضافه می‌کنیم}]{\text{به طرفین}} FC + AF > MF + AF$$
$$\Rightarrow AC > MF + AF \quad (۲)$$
$$(۲), (۱) \text{ از} \Rightarrow \begin{cases} ME + AE > ۱۳ \\ MF + AF < ۱۶ \end{cases} \xrightarrow[ME = AF]{MF = AE} \begin{cases} ME + MF > ۱۳ \\ MF + ME < ۱۶ \end{cases}$$
$$\Rightarrow ۱۳ < ME + MF < ۱۶$$

پس $ME + MF$ می‌تواند مقادیر طبیعی ۱۴ و ۱۵ را اختیار کند.

(هندسه دهم، صفحهٔ ۲۱)

۲۴. گزینه ۴ صحیح است.

بنابر فرض سؤال شکل زیر را خواهیم داشت. داریم:



$$\overset{\Delta}{ABC}: AC > AB \Rightarrow \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow A\hat{B}C > A\hat{C}B$$

پس گزینه ۱ درست است.

$$M \text{ روی عمودمنصف } AC \Rightarrow MC = MA \Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{C}$$
$$\xrightarrow{\hat{B} > \hat{C}} \hat{B} > \hat{A}_۱ \Rightarrow A\hat{B}C > M\hat{A}C$$

پس گزینه ۳ درست است.

از طرف دیگر زاویهٔ $A\hat{M}C$ زاویهٔ خارجی مثلث $\overset{\Delta}{ABM}$ است. پس:

$$A\hat{M}C > \hat{B} \xrightarrow{\hat{B}>\hat{C}} A\hat{M}C > \hat{C} \Rightarrow AC > AM$$

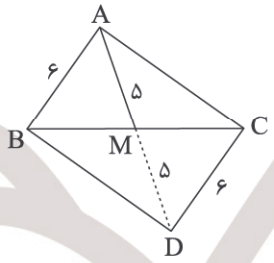
پس گزینه ۲ هم درست است.

بنابراین گزینه ۴ نادرست است. در واقع با داده‌های سؤال بین AB و AM رابطهٔ مشخصی وجود ندارد.

(هندسه دهم، صفحهٔ ۲۱)

۲۵. گزینه ۱ صحیح است.

میانهٔ AM را به اندازهٔ خودش امتداد می‌دهیم تا به نقطهٔ D برسیم. از D به C و B وصل می‌کنیم. در این صورت چهارضلعی $ABDC$ متوازی‌الاضلاع است، زیرا قطرهای آن منصف یکدیگرند. پس $DC = AB = ۶$ و $BD = AC$.



اکنون شرط وجود مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ آن است که مثلث $\overset{\Delta}{ABD}$ قابل رسم باشد. پس:

$$AD - AB < BD < AD + AB$$
$$\xrightarrow{BD=AC} ۱۰ - ۶ < AC < ۱۰ + ۶$$
$$\Rightarrow ۴ < AC < ۱۶ \Rightarrow ۵ \le AC \le ۱۵$$

در این بازه ۱۱ عدد طبیعی برای AC وجود دارد.

(هندسه دهم، صفحهٔ ۲۷)

۲۶. گزینه ۱ صحیح است.

از فرض تست استفاده کرده می‌نویسیم:

$$A = B = \begin{bmatrix} ۳ & x+y \\ ۲ & ۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-y & ۹ \\ ۲ & z-۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-y=۳ \\ x+y=۹ \end{cases} \Rightarrow x=۶ \ , \ y=۳$$
$$z-۱=۵ \Rightarrow z=۶$$

پس:

$$\begin{bmatrix} x-۱ & ۰ & z-x \\ ۳-y & y+۲ & z-۲y \\ ۲y-x & ۰ & z-۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۵ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۵ \end{bmatrix}$$

بنابراین ماتریس خواسته شده یک ماتریس اسکالر است.

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۱۳)

۲۷. گزینه ۴ صحیح است.

ماتریس C در تساوی $A + ۲B = C$ صدق می‌کند. پس ماتریس C از مرتبهٔ ۳×۳ است. در نتیجه:

$$C = \begin{bmatrix} c_{۱۱} & ۰ & ۰ \\ ۰ & c_{۲۲} & ۰ \\ ۰ & ۰ & c_{۳۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۲ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۳ \end{bmatrix}$$

از طرف دیگر:

$$۲\begin{cases} ۲A - B = ۲I \\ A + ۲B = C \end{cases} \Rightarrow ۵A = ۴I + C$$

$$\Rightarrow ۵A = ۴\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۲ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۶ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۷ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & \frac{۶}{۵} & ۰ \\ ۰ & ۰ & \frac{۷}{۵} \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$۲A - B = ۲I$$

$$\Rightarrow B = ۲A - ۲I = ۲\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & \frac{۶}{۵} & ۰ \\ ۰ & ۰ & \frac{۷}{۵} \end{bmatrix} - ۲\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & \frac{۲}{۵} & ۰ \\ ۰ & ۰ & \frac{۴}{۵} \end{bmatrix}$$

پس:

$$A - B = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & \frac{۶}{۵} & ۰ \\ ۰ & ۰ & \frac{۷}{۵} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & \frac{۲}{۵} & ۰ \\ ۰ & ۰ & \frac{۴}{۵} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & \frac{۴}{۵} & ۰ \\ ۰ & ۰ & \frac{۳}{۵} \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$A - B$ مجموع درایه‌های قطر فرعی $= \frac{۴}{۵} = ۰/۸$

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۱۳)

۲۸. گزینه ۳ صحیح است.

برای به دست آوردن ستون سوم ماتریس BA کافی است $B\times\begin{bmatrix} \text{ستون} \\ \text{سوم} \\ A \end{bmatrix}$ را به دست آوریم. ابتدا باید ستون سوم A را با توجه به تعریف داده‌شده بنویسیم.

$$A = \begin{bmatrix} a_{۱۱} & a_{۱۲} & a_{۱۳} \\ a_{۲۱} & a_{۲۲} & a_{۲۳} \\ a_{۳۱} & a_{۳۲} & a_{۳۳} \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} \bigcirc & \bigcirc & -۱ \\ \bigcirc & \bigcirc & ۱ \\ \bigcirc & \bigcirc & ۹ \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$\text{ستون سوم } BA = B\times\begin{bmatrix} \text{ستون} \\ \text{سوم} \\ A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ & ۱ & ۲ \\ ۰ & ۲ & -۳ \\ -۴ & ۱ & -۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۱ \\ ۱ \\ ۹ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲۰ \\ -۲۵ \\ -۱۳ \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ستون سوم BA برابر است با:

$$۲۰ - ۲۵ - ۱۳ = -۱۸$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۱ و ۱۸)

۲۹. گزینه ۱ صحیح است.

از تساوی $(A-B)^۲ = A^۲ - ۲AB + B^۲$ نتیجه می‌گیریم $AB = BA$ است. پس:

$$AB = \begin{bmatrix} a-۱ & ۴ \\ -۴ & b-۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & ۳ \\ ۱-۲a & b \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} a^۲ - ۹a + ۴ & ۳a - ۳ + ۴b \\ -۲a + b - ۲ab - ۱ & b^۲ - b - ۱۲ \end{bmatrix}$$
$$BA = \begin{bmatrix} a & ۳ \\ ۱-۲a & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a-۱ & ۴ \\ -۴ & b-۱ \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} a^۲ - a - ۱۲ & ۴a + ۳b - ۳ \\ ۳a - ۲a^۲ - ۱ - ۴b & ۴ - ۸a + b^۲ - b \end{bmatrix}$$

$$AB = BA \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 9a + 4 = a^2 - a - 12 \Rightarrow 8a = 16 \Rightarrow a = 2 \\ 3a - 3 + 4b = 4a + 3b - 3 \Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow b = 2 \end{cases}$$

بنابراین $a + b = 4$.

توجه کنید! به ازای $a = 2$ و $b = 2$ سایر درایه‌های دو ماتریس AB و BA با هم مساویند. پس $a = b = 2$ قابل قبول است.

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۲۱)

۳۰. گزینه ۴ صحیح است.

از فرض سؤال به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$(A+I)^2 = \overline{0} \Rightarrow A^2 + 2A + I = \overline{0} \Rightarrow A^2 = -2A - I$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را در } A \text{ ضرب می‌کنیم}} A^3 = -2A^2 - A$$

$$\xrightarrow{A^2 = -2A - I} A^3 = -2(-2A - I) - A$$

$$\Rightarrow A^3 = 3A + 2I \xrightarrow{\text{توان } 2} A^6 = (3A + 2I)^2$$

$$\Rightarrow A^6 = 9A^2 + 4I + 12A$$

$$\xrightarrow{A^2 = -2A - I} A^6 = 9(-2A - I) + 4I + 12A$$

$$\Rightarrow A^6 = -6A - 5I$$

دقت کنید! از فرض $(A+I)^2 = \overline{0}$ لزوماً نمی‌توان نتیجه گرفت $A = -I$ است که در این صورت A^6 مساوی I و گزینهٔ ۲ درست بود. در واقع اگر $A = -I$ هم باشد، آنگاه $-6A - 5I$ باز برابر I می‌شود. پس در حالت کلی گزینهٔ ۴ همواره درست است ولی گزینهٔ ۲ فقط در حالت $A = -I$ درست است.

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۲۰)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$(A' - B)' = (A' \cap B')' = A \cup B$$

و $[(A' \cup B') - A']' = [(A' \cup B') \cap A]' = (A' \cup B')' \cup A'$

$$\Rightarrow (A \cap B) \cup A' = A' \cup (A \cap B)$$

$$\Rightarrow \underbrace{(A' \cup A)}_{U} \cap (A' \cup B) = A' \cup B$$

$$\Rightarrow (A \cup B) \cap (A' \cup B) = B \cup \underbrace{(A \cap A')}_{\varnothing} = B \Rightarrow B = U$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۳)

۳۲. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

۱)

$$k = n(n+2) = n^2 + 2n \Rightarrow k + 1 = n^2 + 2n + 1$$

$$\Rightarrow (n+1)^2 = \text{مربع کامل}$$

۲) طرفین هر نامساوی را می‌توان به توان فرد رساند.

۳) مثال نقض دارد. مجموع اعداد ۱ تا ۶ برابر $\frac{6 \times 7}{2} = 21$ است و بر ۶ بخش‌پذیر نیست.

۴) $2\alpha - 6\beta$ گویا و 11β عددی گنگ است و

$$2\alpha + 5\beta = 2\alpha - 6\beta + 11\beta$$

می‌دانیم مجموع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲، ۳، ۷ و ۸)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

برای اینکه مجموع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو ۲۷ باشد، حالت‌های زیر را داریم:

حالت اول:

کوچک‌ترین عضو = ۱۱

بزرگ‌ترین عضو = ۱۶

در این حالت ۱۱ و ۱۶، یک حالت دارند و اعداد ۱۲، ۱۳، ۱۴ و ۱۵، دو حالت دارند (باشند یا نباشند) و برابر $2^4 = 16$ حالت است.

حالت دوم:

کوچک‌ترین عضو = ۱۲

بزرگ‌ترین عضو = ۱۵

در این حالت اعداد ۱۳ و ۱۴، دو حالت دارند و جواب برابر $2^2 = 4$ است.

حالت سوم:

کوچک‌ترین عضو = ۱۳

بزرگ‌ترین عضو = ۱۴

در این حالت ۱ زیرمجموعه داریم.

پاسخ برابر است با: $16 + 4 + 1 = 21$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحهٔ ۱۷)

۳۴. گزینه ۳ صحیح است.

p	q	گزاره داده شده	$\sim p \wedge q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \vee q$	$p \vee \sim q$
ن	د	د	د	ن	د	ن

رد گزینه‌های ۲ و ۴

p	q	گزاره داده شده	$\sim p \wedge q$	$\sim p \vee q$
د	د	د	ن	د

رد گزینه ۱

روش دوم:

$$(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \vee q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \wedge (p \vee q)$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \wedge (p \vee q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\overbrace{q \vee (\underbrace{\sim p \wedge p}_{F})}^{q}) \wedge (q \Rightarrow p)$$

$$\equiv q \wedge (\sim q \vee p) \equiv \overbrace{(q \wedge \sim q)}^{F} \vee (q \wedge p) = q \wedge p$$

$$p \Rightarrow (q \wedge p) \equiv \sim p \vee (q \wedge p) \equiv (\sim p \vee q) \wedge \overbrace{(\sim p \vee p)}^{T} \equiv \sim p \vee q$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۳۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$A \times B' = B' \times A \xrightarrow{A,\, B' \neq \varnothing} A = B' \Rightarrow A' = B$$

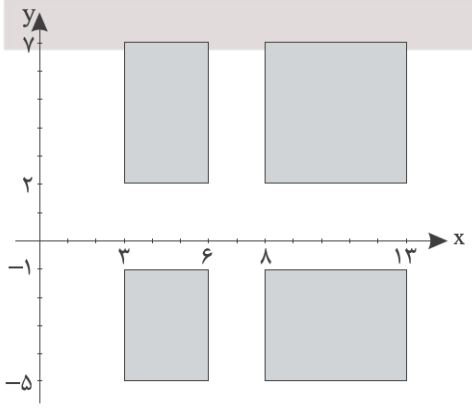
۱) $A \cap B = B' \cap B = \varnothing$

۳) $A - B' = A - A = \varnothing$

۴) $A' \cap B' = B \cap B' = \varnothing$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحهٔ ۳۲)

۳۶. گزینه ۴ صحیح است.



از کنار هم قرار دادن شکل‌ها مستطیلی به عرض ۸ و طول ۹ پدید می‌آید که مساحت آن $8 \times 9 = 72$ است.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحهٔ ۳۲)

۳۷. گزینه ۱ صحیح است.

بـه ازای $n = ۳ , ۴ , ۷$ عـدد $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴}$ زوج مـی‌شـود پـس $A = \{۳ , ۴ , ۷\}$.

مثال نقض نیست $n = ۳ \Rightarrow ۲^۳ - ۳ = ۵ \in p$

مثال نقض نیست $n = ۴ \Rightarrow ۲^۴ - ۳ = ۱۳ \in p$

مثال نقض است $n = ۷ \Rightarrow ۲^۷ - ۳ = ۱۲۵ \notin p$

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۵)

۳۸. گزینه ۲ صحیح است.

موارد (الف)، (ب) و (د) با برهان خلف ثابت می‌شوند و بـرای مـورد (ج) مثال نقض وجود دارد.

$a_۱ = ۱ , a_۲ = ۲ , a_۳ = ۳ , a_۴ = ۴$

$b_۱ = ۲ , b_۲ = ۳ , b_۳ = ۴ , b_۴ = ۱$

$(a_۱ - b_۱)(a_۲ - b_۲)(a_۳ - b_۳)(a_۴ - b_۴) = -۳$ کـه عـددی زوج نیست.

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۶)

۳۹. گزینه ۲ صحیح است.

$a^۲ + ۳ab + ۴b^۲ \geq ۰ \Leftrightarrow (a + \frac{۳}{۲}b)^۲ - \frac{۹}{۴}b^۲ + ۴b^۲ \geq ۰$

$\Leftrightarrow (a + \frac{۳}{۲}b)^۲ + \frac{۷b^۲}{۴} \geq ۰$ همواره درست

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۷)

۴۰. گزینه ۱ صحیح است.

$k = n(n+۱) \qquad ۷ \leq n \leq ۱۶$

$\sqrt{۴k+۱} = \sqrt{۴n(n+۱)+۱} = \sqrt{۴n^۲ + ۴n + ۱} = \sqrt{(۲n+۱)^۲}$

$= ۲n + ۱$

بـه ازای $n = ۱۶$ حاصـل $۲n + ۱ = ۳۳$ کـه اول نیسـت امـا بـه ازای $n = ۱۵$ داریم:

$۲(۱۵) + ۱ = ۳۱ \Rightarrow$ بزرگ‌ترین عدد اول $۴ =$ مجموع ارقام

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۳)

فیزیک

۴۱. گزینه ۴ صحیح است.

مطابق با آنچه از فصل ۱ پایه دهم فرا گرفتیم، در مـدل‌سـازی سـقوط برگ پهن یک درخت چون مقاومت هوا مؤثر است، نمی‌تـوان آن را ذره فرض کرد. در پرتاب توپ بسکتبال از نیروی وزن نمی‌تـوان صـرف‌نظـر کرد و یکی از نیروهای اصلی وارد بر هواپیما، نیروی شناوری اسـت کـه به سمت بالا می‌باشد و نمی‌توان از آن چشم‌پوشی کرد. بنـابراین فقـط مورد (د) درست است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۵ و ۶)

۴۲. گزینه ۱ صحیح است.

از روش زنجیره‌ای داریم:

$\frac{۱۲m}{s^۲} \times \frac{۱۰۰cm}{۱m} \times \frac{۱in}{۲/۵cm} \times \frac{۱ft}{۱۲in} \times (\frac{۶۰s}{۱min})^۲$

$= \frac{۱۲ \times ۱۰۰ \times ۳۶۰۰}{۲/۵ \times ۱۲} = ۱۴۴ \times ۱۰^۳ \frac{ft}{(min)^۲} = ۱/۴۴ \times ۱۰^۵ \frac{ft}{(min)^۲}$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴۳. گزینه ۴ صحیح است.

$۲۰ \frac{mg.cm^۲}{s^۲} = \frac{۲۰ \times \overbrace{۱۰^{-۳}}^{kg} \times ۱۰^{-۳} \times \overbrace{۱۰^{-۴}}^{m^۲}}{\underbrace{(۱۰^{-۳})^۲}_{(ks)^۲}} (\frac{kgm^۲}{(ks)^۲}) = ۲ \times ۱۰^{-۳} \frac{kg.m^۲}{(ks)^۲}$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

کمیت‌های جریان الکتریکی، شار مغناطیسی، انرژی پتانسیل الکتریکـی و تندی جزء کمیت‌های نرده‌ای می‌باشند و کمیت‌های میدان الکتریکی و شتاب برداری هستند.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به هفت کمیت اصلی در جـدول ۱ــ۱ صـفحهٔ ۷ فیزیـک دهـم می‌توان دریافت تمام کمیت‌های اصلی نرده‌ای هستند و یکـای کمیـت جرم دارای پیشوند کیلو است، همچنین کمیت‌های اصلی چون نرده‌ای هستند، از قاعدهٔ جمع برداری پیروی نمی‌کنند. پس گزاره‌های الف و ج صحیح می‌باشند.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶ تا ۹)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

الف) درست

$\Delta t = \frac{۱}{۳۰۰} \times ۱۰^{-۶} s = \frac{۱}{۳ \times ۱۰^۸} s = \frac{۱}{۳ \times ۱۰^۸} \times ۱۰^۶ \mu s = \frac{۱}{۳۰۰} \mu s$

ب) درست

ج) نادرست، شتاب کمیت برداری است.

د) نادرست، باید به جهت هم اشاره شود.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۴ و ۷ تا ۹)

۴۷. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانید که دقت اندازه‌گیری در وسایل مدرج، کمترین مقـداری اسـت که آن وسیله می‌تواند اندازه بگیرد، در اینجا دقت تـرازو ۰/۰۱ کیلـوگرم یا ۱۰ گرم می‌باشد، پس ترازو اعدادی را که برحسب گرم مضربی از ۱۰ باشد، را اندازه می‌گیرد، بنابراین گزینهٔ ۲ درست است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴۸. گزینه ۱ صحیح است.

چگالی (جرم حجمی) جزء ویژگی‌های فیزیکی ماده است و بـه خـواص فیزیکی آن وابسته است. بنابراین در دمای ثابـت هـر تغییـری در جـرم ماده به وجود آوریم، همان تغییر در حجـم آن نیـز حاصـل مـی‌شـود و چگالی ماده ثابت می‌ماند.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴۹. گزینه ۲ صحیح است.

چون یخ دارای شبکه بلوری شش‌وجهی بـه صـورت هگزاگونـال اسـت، پس از ذوب شدن و شکستن شبکه بلوری، حجم آن کاهش می‌یابد، در صورتی که جرم یخ ذوب‌شده با جرم آب به دست آمده یکسان می‌باشد.

$V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}} = \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} - \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} = m \times (\frac{۱}{۰/۹} - \frac{۱}{۱})$ تغییر حجم صورت گرفته

$\Rightarrow$ تغییر حجم صورت گرفته $= ۱۸۰ \times \frac{۰/۱}{۰/۹} = ۲۰ cm^۳$

یعنی حجم آب به دست آمده $۲۰ cm^۳$ کمتر از یخ است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۵۰. گزینه ۳ صحیح است.

چگالی مخلوط از رابطهٔ $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲}$ به دست می‌آید.

از طرفی داریم:

$\rho_{\text{مخلوط}} = ۰/۹۶ \frac{g}{cm^۳}$

$\Rightarrow ۰/۹۶ = \frac{۵۰۰ + ۰/۸ \times V}{۵۰۰ + V} \Rightarrow ۹۶ \times ۵ + ۰/۹۶V = ۵۰۰ + ۰/۸V$

$۰/۱۶V = ۵ (۱۰۰ - ۹۶) \Rightarrow V = ۱۲۵ cm^۳$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۵۱. گزینه ۱ صحیح است.

گام اول: با توجه به نمودار از رابطهٔ چگالی یعنی $\rho = \frac{m}{V}$ می‌توان نوشت:

$$m = \rho V \Rightarrow m_۲ - m_۱ = \rho (V_۲ - V_۱) \Rightarrow (۴۰ - ۲۰) = \rho \times ۰/۰۴$$

$$\rho = \frac{۲۰}{۰/۰۴}(\frac{g}{L}) = ۵۰۰\frac{g}{L}$$

گام دوم: جرم ۲۰۰ سانتی‌متر مکعب از ماده را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{V = ۲۰۰ \times ۱۰^{-۳} = ۰/۲L} ۵۰۰ = \frac{m}{۰/۲} \Rightarrow m = ۱۰۰g$$

$$m = ۱۰۰ \times ۱۰^{-۳} kg = ۰/۱ kg$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

گام اول: حجم ظاهری مکعب را حساب می‌کنیم:

$$V = a^۳ = ۳^۳ = ۲۷ cm^۳$$

گام دوم: تغییر حجم مایع درون ظرف به سبب حجم واقعی مکعب برابر $V_{\text{واقعی}} = ۷۰ - ۵۰ = ۲۰ cm^۳$ است. حال حجم حفره را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = ۲۷ - ۲۰ = ۷ cm^۳$$

گام سوم: چگالی مادهٔ تشکیل‌دهندهٔ جسم را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{واقعی}}} = \frac{۴۰}{۲۰} = ۲\frac{g}{cm^۳}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۵۳. گزینه ۴ صحیح است.

گام اول: چگالی هر جسم را حساب می‌کنیم:

$$\rho_A = \frac{۵۰(g)}{۵۰(mL)} = ۱\frac{g}{mL}$$

$$\rho_B = \frac{۵۰}{۲۵} = ۲\frac{g}{mL}$$

گام دوم: از رابطهٔ چگالی مخلوط استفاده می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} \xrightarrow[m=\rho V]{V_۱ = V_۲} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۱ V_۱ + \rho_۲ V_۲}{V_۱ + V_۲}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۱ + \rho_۲}{۲} = \frac{۱+۲}{۲} = \frac{۳}{۲}\frac{g}{mL}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{۳}{۲} \times \frac{۱۰^{-۳}(kg)}{۱۰^{-۳} \times ۱۰^{-۳}(m^۳)} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = ۱۵۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۵۴. گزینه ۱ صحیح است.

از رابطهٔ چگالی مخلوط استفاده می‌کنیم و یکاها را برحسب گرم و سانتی‌متر مکعب در نظر می‌گیریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{۱۰۰ + ۲۲۵}{\frac{۱۰۰}{۰/۸} + ۲۰۰} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{۳۲۵}{۳۲۵} = ۱\frac{g}{cm^۳}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۵۵. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست، مسافت را حساب می‌کنیم:

$$l = ۱۰ + ۲۰ + ۲۰ = ۵۰ m$$

ب) درست

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۲۰ + ۲۰ + ۶ + ۶}{۲۲ - ۲} = \frac{۵۲}{۲۰} = ۲/۶\frac{m}{s}$$

ج) نادرست، جهت بردار مکان سه بار و در لحظه‌های ۲s، ۱۶s و ۲۲s تغییر می‌کند.

د) درست، متحرک در بازه‌های زمانی ۰ تا ۱۰s و ۱۹s تا ۲۵s در جهت محور حرکت کرده است.

ه) درست، در بازه‌های ۰ تا ۲s و ۱۹s تا ۲۲s یعنی در مجموع ۵s متحرک در مکان‌های منفی و در جهت مثبت حرکت کرده است.

۵۶. گزینه ۴ صحیح است.

گام اول: لحظهٔ برخورد نمودار با محور زمان را با استفاده از تشابه مثلث‌ها حساب می‌کنیم:

$$\frac{t}{۱۲} = \frac{۱۰ - t}{۸} \Rightarrow t = ۶s$$

گام دوم: در بازهٔ صفر تا ۶s متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند و در بازهٔ ۱۵s تا ۱۸s متحرک کندشونده و در جهت محور حرکت می‌کند، پس نسبت مورد نظر برابر $\frac{۶}{۳} = ۲$ است.

۵۷. گزینه ۲ صحیح است.

گام اول: در بازهٔ $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۶s$ مسافت پیموده شده، سپس تندی متوسط متحرک را حساب می‌کنیم:

مسافت: $l = ۹ + |۶ - ۹| = ۱۲m$

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۱۲}{۶ - ۱} = \frac{۱۲}{۵}\frac{m}{s}$$

گام دوم: با استفاده از شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = ۶s$ تندی متحرک را در این لحظه حساب می‌کنیم:

$$S = \frac{۶}{۹ - ۶} = \frac{۶}{۳} = ۲\frac{m}{s}$$

گام سوم: نسبت مورد نظر را حساب می‌کنیم:

$$\frac{S_{av}}{S} = \frac{\frac{۱۲}{۵}}{۲} = ۱/۲$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳ تا ۶)

۵۸. گزینه ۴ صحیح است.

گام اول: در بازهٔ صفر تا ۱۰s شیب نمودار $v - t$ ثابت است پس شتاب متحرک نیز در همهٔ لحظه‌ها ثابت و برابر شتاب متوسط آن است. اکنون سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = ۱۰s$ حساب می‌کنیم. برای این کار از تشابه مثلث‌ها استفاده می‌کنیم:

$$\frac{۵ - ۰}{۱۰} = \frac{۱۰ - ۵}{v - ۰} \Rightarrow v = ۱۰\frac{m}{s}$$

گام دوم: شتاب متوسط را در بازهٔ صفر تا ۱۰s حساب می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۰ - (-۱۰)}{۱۰ - ۰} = ۲\frac{m}{s^۲} \Rightarrow a_{t_۱ = ۷s \text{ لحظهٔ}} = ۲\frac{m}{s^۲}$$

گام سوم: شتاب متوسط در بازهٔ ۱۰s تا ۲۰s برابر شتاب لحظه‌ای در $t = ۱۴s$ است.

$$a'_{av} = \frac{۰ - ۱۰}{۲۰ - ۱۰} = -۱\frac{m}{s^۲} \Rightarrow |a_{t_۲ = ۱۴s \text{ لحظهٔ}}| = ۱\frac{m}{s^۲}$$

گام چهارم: نسبت مورد نظر را حساب می‌کنیم:

$$\frac{|a_{t_۱}|}{|a_{t_۲}|} = \frac{۲}{۱} = ۲$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۵۹. گزینه ۳ صحیح است.

گام اول: چون معادلهٔ مکان ـ زمان درجه دو و به شکل سهمی است. ابتدا لحظهٔ رأس را حساب می‌کنیم:

$$x = -۴t^۲ + ۱۶t \Rightarrow t_s = \frac{-۱۶}{-۴ \times ۲} = ۲s$$

گام دوم: چون لحظهٔ $t_s = ۲s$ در بازهٔ $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۵s$ قرار دارد، اندازهٔ جابه‌جایی متحرک را در بازه‌های $t = ۰$ تا $t_۳ = ۲s$ و $t_۳ = ۲s$ تا $t_۲ = ۵s$ را حساب کرده و مجموع آنها را به دست می‌آوریم:

$$l = |-۴ \times ۲^۲ + ۱۶ \times ۲ - ۰| + |(-۴ \times ۵^۲ + ۱۶ \times ۵) - (-۴ \times ۲^۲ + ۱۶ \times ۲)|$$

$$l = ۱۶ + ۳۶ = ۵۲m$$

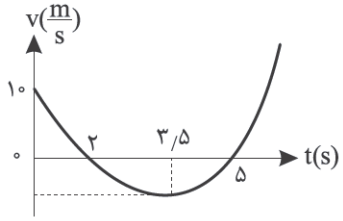
گام سوم: حال تندی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۵۲}{۵} = ۱۰/۴ \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۶۰. گزینه ۱ صحیح است.

گام اول: نمودار $v-t$ مرتبه ۲ است و آن را رسم می‌کنیم:



$$v = t^۲ - ۷t + ۱۰ = (t-۵)(t-۲) \Rightarrow v = ۰ \Rightarrow t_۲ = ۵s \ , \ t_۱ = ۲s$$

چون لحظهٔ رأس نمودار سهمی وسط لحظه‌های ۵ و ۲ است داریم:

$$t_s = \frac{۵+۲}{۲} = ۳/۵s$$

گام دوم: در بازهٔ $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۵s$ متحرک در جهت منفی حرکت کرده اما در بازهٔ $t = ۳/۵s$ تا $t = ۵s$ کندشونده حرکت کرده است، سرعت متحرک را در این لحظه‌ها حساب می‌کنیم:

$$v_{۳/۵s} = ۳/۵^۲ - ۷\times۳/۵ + ۱۰ = ۱۲/۲۵ - ۲۴/۵ + ۱۰ = -۲/۲۵$$

$$v_{۵s} = ۰$$

گام سوم: شتاب متوسط را در بازهٔ $t_s = ۳/۵s$ تا $t_۲ = ۵s$ حساب می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۰-(-۲/۲۵)}{۵-۳/۵} = ۱/۵ \frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۶۱. گزینه ۱ صحیح است.

از تعریف شتاب متوسط داریم:

$$t = ۶s \Rightarrow v_۶ = ۱۵ \frac{m}{s}$$

$$t = ۱۸s \Rightarrow v_{۱۸} = ۱۲ \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۱۸} - v_۶}{۱۸-۶} = \frac{۱۲-۱۵}{۱۲} = \frac{-۱}{۴} \frac{m}{s^۲} = -۰/۲۵ \frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۶۲. گزینه ۲ صحیح است.

گام اول: سرعت متحرک را از رابطهٔ $v = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱}$ حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{۸-۲۰}{۶-۲} = -۳ \frac{m}{s}$$

گام دوم: از معادلهٔ $x = vt + x_۰$ استفاده می‌کنیم و با جای‌گذاری $t_۱$ و $x_۱$ و v در آن مقدار $x_۰$ را حساب می‌کنیم:

$$۲۰ = -۳\times۲ + x_۰ \Rightarrow x_۰ = ۲۶m$$

گام سوم: معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$x = -۳t + ۲۶$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.

روش اول:

گام اول: سرعت هر متحرک را حساب می‌کنیم و معادلهٔ مکان ـ زمان آنها را می‌نویسیم:

$$v_A = \frac{۴۵۰ \ \ ۳۰۰}{۱۰-۰} = ۱۵ \frac{m}{s}$$

$$x_A = ۱۵t + ۳۰۰$$

$$v_B = \frac{۰-(-۳۰۰)}{۱۰-۰} = ۳۰ \frac{m}{s}$$

$$x_B = ۳۰t - ۳۰۰$$

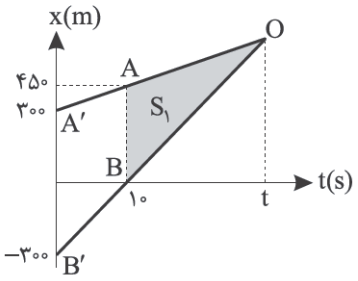
گام دوم: با مساوی قرار دادن دو طرف معادله‌های $x-t$، لحظهٔ به هم رسیدن آنها را حساب می‌کنیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow ۱۵t + ۳۰۰ = ۳۰t - ۳۰۰ \Rightarrow t = ۴۰s$$

گام سوم: با قرار دادن لحظهٔ $t = ۴۰s$ در معادلهٔ $x-t$، مکان به هم رسیدن آنها را حساب می‌کنیم:

$$x = ۱۵\times۴۰ + ۳۰۰ \Rightarrow x = ۹۰۰m$$

روش دوم: از تشابه دو مثلث OAB و مثلث بزرگ‌تر $OA'B'$ استفاده می‌کنیم و t را حساب می‌کنیم:



$$\frac{۶۰۰}{t} = \frac{۴۵۰}{t-۱۰} \rightarrow t = ۴۰s$$

و با قرار دادن $t = ۴۰s$ در یکی از معادله‌های مکان مثلاً $x_A = ۱۵t + ۳۰۰$ به مکان $x = ۹۰۰m$ می‌رسیم.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۶۴. گزینه ۳ صحیح است.

گام اول: معادلهٔ حرکت هر یک از متحرک‌ها را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_۰$$

$$v_B = \frac{-۴۰}{۸} = -۵ \frac{m}{s}$$

$$x_B = -۵t + ۴۰ \ , \ x_A = ۱۰t - ۳۵$$

گام دوم: مکان متحرک را برابر هم قرار می‌دهیم و لحظهٔ به هم رسیدن آنها را حساب می‌کنیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -۵t + ۴۰ = ۱۰t - ۳۵ \Rightarrow t = ۵s$$

گام سوم: اندازهٔ جابه‌جایی متحرک A را در مدت $۵s$ حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_A = v_A \Delta t \Rightarrow |\Delta x_A| = |۱۰\times۵| = ۵۰m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.

گام اول: شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ بیانگر سرعت متحرک در لحظهٔ مماس است. سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = ۵s$ حساب می‌کنیم:

$$v_{۵s} = \frac{۲۵-۰}{۵-۰} = ۵ \frac{m}{s}$$

گام دوم: در لحظهٔ $t = ۷s$ سرعت متحرک صفر است. $v_{۷s} = ۰$

گام سوم: شتاب متوسط متحرک را از رابطهٔ $a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}$ حساب می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{۰-۵}{۷-۵} = -۲/۵ \frac{m}{s^۲} \Rightarrow |a_{av}| = ۲/۵ \frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۶۶. گزینه ۳ صحیح است.

چون نمودار مکان ـ زمان متحرک به صورت خط راست رسم شده است، متحرک با سرعت ثابت در حال حرکت است که در این نوع حرکت، سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه، برابر سرعت لحظه‌ای آن است.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۱۲-۴۸}{۶} = \ ۱۰ \frac{m}{s}$$

$$v = \text{ثابت} \Rightarrow \text{حرکت یکنواخت} = v_{\text{لحظه‌ای}} = v_{av}$$

$$\Rightarrow v_{av_{(۳\ ,\ ۶)}} = v_{\text{لحظه‌ای}} = -۱۰ \frac{m}{s} \Rightarrow \vec{v}_{av_{(۳\ ,\ ۶)}} = -۱۰ \frac{m}{s} \vec{i}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۶۷. گزینه ۴ صحیح است.

شیب نمودار سرعت ـ زمان، معرف شتاب متحرک است، چون در نمودار متحرک B در بازهٔ $(t_۱ , t_۲)$ شیب در حال کاهش است، پس شتاب متحرک نیز در حال کاهش می‌باشد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۶۸. گزینه ۴ صحیح است.

چون در بازهٔ زمانی $(۰ , t_۱)$ نمودار سرعت ـ زمان زیر محور t قرار دارد، پس سرعت متحرک منفی می‌باشد، چون شیب خط مماس بر این نمودار در بازهٔ مذکور مثبت است، شتاب آن مثبت و چون اندازهٔ سرعت رو به کاهش است، پس نوع حرکت آن کندشونده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۶۹. گزینه ۳ صحیح است.

یک قطار وقتی کاملاً از پل عبور می‌کند که مسافت طی‌شده مجموع طول پل و قطار باشد و وقتی کاملاً روی پل است که مسافت طی‌شده، اختلاف طول پل و قطار باشد. اگر طول پل $L_۱$ و طول قطار $L_۲$ فرض شود داریم:

$$\begin{matrix} L_۱ + L_۲ = v \times t_۱ \\ L_۱ - L_۲ = v \times t_۲ \end{matrix} \Rightarrow ۲L_۲ = v(t_۱ - t_۲)$$

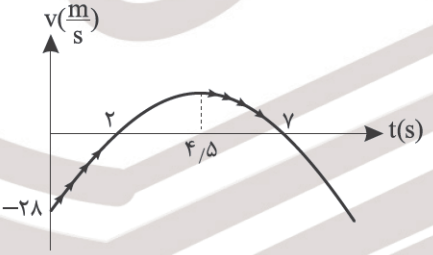
$$\xrightarrow{v = ۱۴۴\frac{km}{h} = ۴۰\frac{m}{s}} ۲ \times ۳۰۰ = ۴۰ \times (t_۱ - t_۲) \Rightarrow t_۱ - t_۲ = ۱۵s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

هنگامی تندی متحرک در حال کاهش است که نوع حرکت کندشونده باشد، به تعبیر دیگر در نمودار سرعت ـ زمان آن بخش‌هایی که نمودار به محور زمان (t) نزدیک می‌شود، مورد سوال است.

ابتدا نمودار $v - t$ را رسم می‌کنیم:



$$v(t) = ۰ \Rightarrow -۲t^۲ + ۱۸t - ۲۸ = ۰ \Rightarrow -۲(t-۲)(t-۷) = ۰$$

$$\Rightarrow t_۱ = ۲s \ , \ t_۲ = ۷s$$

قسمت‌هایی از نمودار که فلش‌گذاری شده است، تندی متحرک در حال کاهش است.

$$\Delta t_۱ = ۲ - ۰ = ۲s$$

$$\Delta t_۲ = ۷ - ۴/۵ = ۲/۵s$$

$$\Rightarrow \Delta t = \Delta t_۱ + \Delta t_۲ = ۴/۵s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

شیمی

۷۱. گزینه ۴ صحیح است.

این شناسنامه‌ها افزون بر نوع عنصرهای سازنده و ترکیب‌های شیمیایی در اتمسفر این سیاره‌ها، ترکیب درصد این مواد را نیز شامل می‌شود.

بررسی گزینه‌های ۱ و ۲:

پس از مهبانگ به ترتیب عناصر هیدروژن و هلیم پدید آمدند؛ این دو عنصر از نظر فراوانی در سیارهٔ مشتری به ترتیب در رتبه‌های اول و دوم قرار دارند در حالی‌که هیچ‌کدام جزء هشت عنصر فراوان سیارهٔ زمین نیستند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱ تا ۴)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

پایدارترین و ناپایدارترین ایزوتوپ ساختگی هیدروژن به ترتیب ${}^{۵}_{۱}H$ و ${}^{۷}_{۱}H$ است که تفاوت شمار نوترون‌ها در این دو ایزوتوپ برابر $۲ (= ۶ - ۴)$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ایزوتوپ‌های یک عنصر همگی در یک خانه از جدول تناوبی قرار گرفته و طیف نشری خطی یکسانی دارند.

۴) ایزوتوپ‌های یک عنصر در خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی با یکدیگر تفاوت دارند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵ و ۶)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (ت) صحیح هستند.

بررسی عبارت‌ها:

آ و ب) مقایسهٔ درصد فراوانی ایزوتوپ‌های عنصر منیزیم به صورت: ${}^{۲۴}_{۱۲}Mg < {}^{۲۶}_{۱۲}Mg < {}^{۲۵}_{۱۲}Mg$ و مقایسهٔ درصد فراوانی ایزوتوپ‌های عنصر لیتیم به صورت ${}^{۶}_{۳}Li < {}^{۷}_{۳}Li$ است.

پ) فراوانی ایزوتوپ ${}^{۱}_{۱}H$ در طبیعت بیش از ۹۹/۹ درصد است؛ این ایزوتوپ در هستهٔ خود تنها یک پروتون دارد و فاقد نوترون است.

ت) فراوانی ایزوتوپ ${}^{۶}Li$ در طبیعت برابر ۶ درصد است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵ و ۶)

۷۴. گزینه ۱ صحیح است.

قسمت اول:

$$\left.\begin{matrix} n - e = ۶ \\ e = Z + ۱ \end{matrix}\right\} \Rightarrow n - (Z+۱) = ۶ \Rightarrow n = Z + ۷$$

$$A = n + p = Z + ۷ + Z = ۲Z + ۷ \ : \text{عدد جرمی}$$

قسمت دوم: در هر اتم X، شمار پروتون، الکترون و نوترون به ترتیب برابر با Z، Z و $Z+۷$ است؛ در نتیجه در هر اتم $۳Z+۷$ ذرهٔ زیراتمی موجود است. بنابراین داریم:

$$?\,mol \text{ ذرهٔ زیراتمی} = ۹/۰۳ \times ۱۰^{۲۲} \text{اتم} \times \frac{\text{ذرهٔ زیراتمی } (۳Z+۷)}{۱ \text{اتم } X}$$

$$\times \frac{۱\,mol \text{ ذرهٔ زیراتمی}}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ ذرهٔ زیراتمی}} = ۰/۴۵Z + ۱/۰۵$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵، ۱۷ و ۱۸)

۷۵. گزینه ۲ صحیح است.

از گلوکز حاوی اتم پرتوزا (گلوکز نشان‌دار) در تشخیص تودهٔ سرطانی استفاده می‌شود.

۳) از ۱۱۸ عنصر ساخته شده، ۹۲ عنصر در طبیعت یافت می‌شود و ۲۶ عنصر دیگر ساختگی است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷ تا ۹)

۷۶. گزینه ۲ صحیح است.

جدول تناوبی دارای ۱۸ گروه و ۷ دوره است که اختلاف آنها برابر ۱۱ است؛ عدد اتمی نخستین عنصر دورهٔ سوم (Na) نیز برابر ۱۱ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در هر خانه از جدول تناوبی عدد اتمی، نام، نماد شیمیایی و جرم اتمی میانگین عنصر نشان داده می‌شود.

۳) عناصر گروه ۱۸ جدول تناوبی (گازهای نجیب) تمایلی به انجام واکنش شیمیایی ندارند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت‌های (آ)، (پ) و (ت) صحیح هستند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) جرم ایزوتوپ ${}^{۱۲}_{۶}C$ دقیقاً برابر ۱۲amu است.

ب) هر amu برابر $۱/۶۶ \times ۱۰^{-۲۴}$ گرم است.

پ) درست

ت) درست

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۴، ۱۷ و ۱۸)

۷۸. گزینه ۴ صحیح است.

میزان انحراف پرتوها پس از عبور از منشور با انرژی آنها رابطهٔ مستقیم دارد. بنابراین پرتو نیلی پس از عبور از منشور بیشتر از پرتو سبز منحرف می‌شود.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۵ و ۲۰)

۷۹. گزینه ۲ صحیح است.

قسمت اول:

در یون A^+ : $e = p - ۱ = ۴۳ - ۱ = ۴۲$

عدد جرمی ایزوتوپ سبک : $M_۱ = ۴۳ + ۴۸ = ۹۱ \Rightarrow n = \frac{۵}{۷} \times ۴۲ = ۴۸$

عدد جرمی ایزوتوپ سنگین : $M_۲ = ۹۱ + ۲ = ۹۳$

ابتدا با استفاده از رابطهٔ زیر جرم اتمی میانگین این عنصر را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{M} = M_۱ + \frac{F_۲}{۱۰۰}(M_۲ - M_۱) = ۹۱ + \frac{۲۰}{۱۰۰}(۹۳ - ۹۱) = ۹۱/۴\,amu$$

قسمت دوم: اکنون با توجه به جرم اتمی میانگین حاصل و درصد فراوانی شمار مول ایزوتوپ سبک در ۱۸۲/۸ گرم عنصر A را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,^{۹۱}A = ۱۸۲/۸\,g\,A \times \frac{۱\,mol\,A}{۹۱/۴\,g\,A} \times \frac{۸۰\,mol\,^{۹۱}A}{۱۰۰\,mol\,A} = ۱/۶$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۸۰. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا جرم مولی عنصر X را به دست می‌آوریم:

$$?\,atom = ۴۸\,g\,XO_۲ \times \frac{۱\,mol\,XO_۲}{(X+۳۲)\,g\,XO_۲} \times \frac{۳\,mol\,atom}{۱\,mol\,XO_۲}$$

$$\times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\,atom}{۱\,mol\,atom} = ۱۳/۵۴۵ \times ۱۰^{۲۳} \Rightarrow X = ۳۲\,g.mol^{-۱}$$

اکنون جرم ترکیب $H_۲X$ که شامل ۰/۴ مول اتم هیدروژن است را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,H_۲X = ۰/۴\,mol\,atom\,H \times \frac{۱\,mol\,H_۲X}{۲\,mol\,atom\,H} \times \frac{۳۴\,g\,H_۲X}{۱\,mol\,H_۲X}$$

$$= ۶/۸\,g\,H_۲X$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۸۱. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا جرم مولی عنصر M را که به تقریب با عدد جرمی آن برابر است، محاسبه می‌کنیم:

$$?\,atom\,O = ۱\,kg\,MO_۲ \times \frac{۱۰۰۰\,g}{۱\,kg} \times \frac{۱\,mol\,MO_۲}{(x+۳۲)\,g\,MO_۲}$$

$$\times \frac{۲\,mol\,atom\,O}{۱\,mol\,MO_۲} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\,atom\,O}{۱\,mol\,atom\,O} = ۱۵/۰۵ \times ۱۰^{۲۴}$$

$\Rightarrow x = ۴۸\,g.mol^{-۱} \Rightarrow$ عنصر موردنظر تیتانیم (Ti) است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۸۲. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (پ) صحیح هستند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) گسترهٔ مرئی نور خورشید بازه‌ای پیوسته شامل طول موج‌های ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر است.

ب) رنگ شعلهٔ فلز سدیم و مس به ترتیب زرد و سبز است؛ انرژی و دمای نور سبز نسبت به نور زرد بیشتر است.

پ) درست

ت) فاصلهٔ میان دو قلهٔ متوالی در شکل موج برابر طول موج (λ) است. x برابر $\frac{۳}{۲}\lambda$ است. اگر x برابر ۴۸۰nm باشد، مقدار λ برابر ۳۲۰nm است؛ که در گسترهٔ مرئی (۴۰۰ − ۷۰۰nm) جای نمی‌گیرد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۸۳. گزینه ۴ صحیح است.

شمار خطوط رنگی در ناحیهٔ مرئی طیف نشری خطی عنصرهای لیتیم و سدیم به ترتیب برابر با ۴ و ۷ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) شمار خطوط در ناحیهٔ مرئی طیف نشری خطی عناصر منحصربه‌فرد نیست؛ به عنوان مثال عناصر هیدروژن و لیتیم هر دو در ناحیهٔ مرئی ۴ خط رنگی در طیف خود دارند.

۲) در فرایند نشر ابتدا ماده انرژی جذب می‌کند.

۳) به کمک آزمون شعله تنها می‌توان نوع عناصر فلزی را تعیین کرد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۸۴. گزینه ۳ صحیح است.

الکترون هنگام انتقال از لایه‌ای به لایهٔ بالاتر، انرژی را به صورت پیمانه‌ای یا بسته‌های معین جذب می‌کند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۸۵. گزینه ۴ صحیح است.

تنها عبارت (پ) نادرست است.

شکل مدل ساختار لایه‌ای را نشان می‌دهد که مطابق آن، الکترون‌ها میان دو لایه انرژی معین و تعریف‌شده‌ای ندارند.

ت) در طیف نشری خطی اتم هیدروژن پرتوهای مربوط به انتقال الکترونی میان لایه‌های الکترونی ۳، ۴، ۵ و ۶ با لایهٔ دوم در ناحیهٔ مرئی قرار می‌گیرند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۸۶. گزینه ۱ صحیح است.

تنها مورد دوم نادرست است.

بررسی موارد:

مورد اول: عناصر $H_۲$، $N_۲$، $O_۲$، $F_۲$، $Cl_۲$، $Br_۲$ و $I_۲$ در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دواتمی وجود دارند. A عنصر هیدروژن و D عنصر ید است.

مورد دوم: در میان ۳۰ عنصر ابتدایی جدول نماد ۱۰ عنصر H، B، C، N، O، F، P، S، K و V تک‌حرفی است.

مورد سوم: عنصر C، بور ($_۵B$) است. جرم اتمی میانگین با جرم مولی عنصر برابر است. بنابراین داریم:

$$?\,P = ۳۲/۴\,g\,C \times \frac{۱\,mol\,C}{Mg\,C} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\,C}{۱\,mol\,C} \times \frac{۵\,P}{۱\,atom\,C} = ۹۰/۳ \times ۱۰^{۲۳}$$

$$\Rightarrow M = ۱۰/۸\,g.mol^{-۱}$$

مورد چهارم: عناصر B، E، F و G به ترتیب $_{۲۹}Cu$، $_{۲۴}Cr$، $_{۳۷}Rb$ و $_{۳۱}Ga$ هستند که در خارجی‌ترین زیرلایهٔ خود تنها یک الکترون دارند و عناصر H و L به ترتیب $_{۱۲}Mg$ و $_{۴}He$ هستند که هر یک دو الکترون ظرفیتی دارند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳، ۳۱ تا ۳۴ و ۴۳)

۸۷. گزینه ۳ صحیح است.

این عنصر دارای ۱۲ الکترون در زیرلایه‌های p و ۷ الکترون در زیرلایه‌های s خود است؛ در نتیجه این عنصر می‌تواند $_{۱۹}K$، $_{۲۴}Cr$ و یا $_{۲۹}Cu$ باشد.

$$_{۱۹}K : ۱s^۲ / ۲s^۲۲p^۶ / ۳s^۲۳p^۶ / ۴s^۱$$

دارای یک الکترون ظرفیت ـ دستهٔ s ـ دوره ۴

$$_{۲۴}Cr : ۱s^۲ / ۲s^۲۲p^۶ / ۳s^۲۳p^۶۳d^۵ / ۴s^۱$$

دارای ۶ الکترون ظرفیت ـ دستهٔ d ـ دورهٔ ۴

$$_{۲۹}Cu : ۱s^۲ / ۲s^۲۲p^۶ / ۳s^۲۳p^۶۳d^{۱۰} / ۴s^۱$$

دارای ۱۱ الکترون ظرفیت ـ دستهٔ d ـ دورهٔ ۴

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۸۸. گزینه ۲ صحیح است.

با استفاده از رابطهٔ زیر می‌توان جرم اتمی میانگین عنصر داده شده را محاسبه نمود:

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_1}{F_1 + F_2}(M_2 - M_1) \Rightarrow \bar{M} = ۴۴ + \frac{۱}{۳+۱}(۴۵ - ۴۴)$$
$$= ۴۴/۲۵\,amu$$

۱) چهارمین گاز نجیب جدول دوره‌ای $_{۳۶}Kr$ است و عنصر قبل از آن $_{۳۵}Br$ با آرایش الکترونی زیر است:

$$_{۳۵}Br : ۱s^۲ / ۲s^۲ ۲p^۶ / ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^{۱۰} / ۴s^۲ ۴p^۵$$

این عنصر دارای ۱۷ الکترون در زیرلایه‌های p بوده و متعلق به گروه ۱۷ جدول دوره‌ای است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۵، ۱۹ و ۳۰ تا ۳۴)

۸۹. گزینه ۴ صحیح است.

عنصر $_۲He = ۱s^۲$، دومین عنصر جدول دوره‌ای است که متعلق به دستهٔ s است.

۳) عنصر مورد نظر با دریافت یک الکترون به آرایش گاز نجیب دورهٔ پنجم جدول دوره‌ای ($_{۵۴}Xe$) دست می‌یابد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۷ و ۳۴ تا ۳۷)

۹۰. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) این جمله همواره صحیح نیست؛ به عنوان مثال اگرچه شمار الکترون‌های ظرفیتی دو عنصر $_{۲۱}Sc$ و $_{۱۳}Al$ برابر ۳ است، اما Sc متعلق به گروه ۳ و Al متعلق به گروه ۱۳ جدول تناوبی است.

۲) عناصر گروه ۲ و عنصر He هر یک ۲ الکترون ظرفیتی دارند، اما آرایش الکترون ـ نقطه‌ای آنها متفاوت است؛ به عنوان مثال:

$\dot{Mg}\cdot$ $\quad$ $He:$

۴) عنصر He برخلاف سایر عناصر هم‌گروه خود، ۲ الکترون ظرفیتی دارد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۹۱. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (ب) صحیح هستند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) عنصر موردنظر $_{۲۶}Fe$ است که دارای ۱۲ الکترون در زیرلایه‌های p و ۶ الکترون در زیرلایهٔ d خود است.

$$_{۲۶}Fe : ۱s^۲ / ۲s^۲ \underline{۲p^۶} / ۳s^۲ \underline{۳p^۶}\ \underline{۳d^۶} / ۴s^۲$$

ب) درست، دقت کنید مطابق قاعدهٔ آفبا آرایش الکترونی عنصرهای $_{۲۴}Cr$ و $_{۲۹}Cu$ به صورت زیر است:

$$_{۲۹}Cu : [Ar] ۳d^۹ ۴s^۲ \qquad _{۲۴}Cr : [Ar] ۳d^۴ ۴s^۲$$

پ) عنصر موردنظر $_{۲۲}Ti : [Ar]\ ۳d^۲ ۴s^۲$ است که دارای ۴ الکترون ظرفیتی است.

ت) نخستین عنصر دستهٔ p جدول تناوبی $_۵B : ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۱$ است که مجموع n و l الکترون‌های ظرفیتی آن برابر است با:

$$\text{مجموع } (n+l) \text{ الکترون‌های ظرفیت} = ۲(۲+۰) + ۱(۲+۱) = ۷$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۹۲. گزینه ۴ صحیح است.

اتم‌های عنصرهای A، B، C، D و E به ترتیب: $_{۱۸}Ar$، $_{۱۶}S$، $_{۲۱}Sc$، $_{۱۹}K$ و $_{۱۵}P$ هستند.

عبارت‌های (آ)، (پ) و (ت) صحیح هستند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) عنصر گوگرد به ترتیب در واکنش با $_۸O$ و $_{۱۲}Mg$ ترکیب مولکولی و یونی تشکیل می‌دهد.

ب) عنصر Sc با آرایش الکترونی $[Ar]۳d^۱ ۴s^۲$، دارای ۳ الکترون ظرفیتی است.

$$?\,e_{\text{ظرفیت}} = ۰/۲\,mol\,Sc \times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,Sc}{۱\,mol\,Sc} \times \frac{۳\,e_{\text{ظرفیت}}}{۱\,atom\,Sc}$$
$$= ۳/۶۱۲\times۱۰^{۲۳}$$

پ) آرایش الکترون ـ نقطه‌ای عنصر فسفر به صورت $\dot{\ddot{P}}\cdot$ است.

ت) عنصر $_{۱۰}Ne$ و $_{۱۱}Na$ به ترتیب در تابلوهای تبلیغاتی و لامپ آزادراه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۲ و ۳۳ تا ۴۰)

۹۳. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا شمار مول الکترون مبادله شده به هنگام تشکیل یک مول ترکیب یونی را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,e^- = ۱\,mol_{\text{ترکیب}} \times \frac{۴/۵\,mol\,e^-}{۱/۵\,mol_{\text{ترکیب}}} = ۳\,mol\,e^-$$

فرمول شیمیایی و شمار مول الکترون‌های مبادله شده به هنگام تشکیل یک مول از ترکیب‌های یونی داده شده به صورت زیر است:

پتاسیم نیترید $\Rightarrow K_۳N$, $۳mol\,e^-$

سدیم فسفید $\Rightarrow Na_۳P$, $۳mol\,e^-$

باریم اکسید $\Rightarrow BaO$, $۲mol\,e^-$

گالیم فسفید GaP , $۳mol\,e^-$

لیتیم یدید $\Rightarrow LiI$, $۱mol\,e^-$

منیزیم نیترید $\Rightarrow Mg_۳N_۲$, $۶mol\,e^-$

ترکیب‌های پتاسیم نیترید، سدیم فسفید و گالیم فسفید می‌توانند ترکیب یونی موردنظر باشند.

توجه: برای محاسبهٔ شمار الکترون‌های مبادله شده به هنگام تشکیل یک مول از هر ترکیب یونی می‌توان از رابطهٔ «اندازهٔ بار یون × زیروند همان یون در فرمول شیمیایی» برای آنیون و یا کاتیون استفاده کرد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۹۴. گزینه ۲ صحیح است.

فلزات با از دست دادن الکترون به آرایش گاز نجیب دورهٔ قبل از خود می‌رسند. در حالی‌که نافلزات با دریافت الکترون به آرایش گاز نجیب هم‌دورهٔ خود می‌رسند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۹۵. گزینه ۲ صحیح است.

مورد اول و دوم نادرست هستند.

بررسی موارد:

مورد اول: مدل فضاپرکن مولکول آمونیاک ($NH_۳$) به شکل

است.

مورد دوم: ساختار لوویس گاز کلر به صورت $:\ddot{Cl}-\ddot{Cl}:$ است.

مورد سوم: بسیاری از ترکیب‌های شیمیایی در ساختار خود هیچ یونی ندارند و ذره‌های سازندهٔ آنها مولکول‌ها هستند.

مورد چهارم: درست

(شیمی دهم، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)